

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

(1) x を実数とし

$$A = x(x + 1)(x + 2)(5 - x)(6 - x)(7 - x)$$

とおく。整数 n に対して

$$(x + n)(n + 5 - x) = x(5 - x) + n^2 + \boxed{\text{ア}} n$$

であり, したがって, $X = x(5 - x)$ とおくと

$$A = X(X + \boxed{\text{イ}})(X + \boxed{\text{ウエ}})$$

と表せる。

$$x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \text{ のとき, } X = \boxed{\text{オ}} \text{ であり, } A = 2\boxed{\text{カ}} \text{ である。}$$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は 22 ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

{2}

- (1) 全体集合 U を $U = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以下の自然数}\}$ とし, 次の部分集合 A, B, C を考える。

$$A = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 20 \text{ の約数}\}$$

$$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$$

$$C = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は偶数}\}$$

集合 A の補集合を \bar{A} と表し, 空集合を \emptyset と表す。

次の に当てはまるものを, 下の①~③のうちから一つ選べ。

集合の関係

(a) $A \subset C$

(b) $A \cap B = \emptyset$

の正誤の組合せとして正しいものは である。

	①	②	③
(a)	正	正	誤
(b)	正	誤	正

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

次の に当てはまるものを、下の①～④のうちから一つ選べ。

集合の関係

(c) $(A \cup C) \cap B = \{6, 12, 18\}$

(d) $(\bar{A} \cap C) \cup B = \bar{A} \cap (B \cup C)$

の正誤の組合せとして正しいものは である。

	①	②	③	④
(c)	正	正	誤	誤
(d)	正	誤	正	誤

(2) 実数 x に関する次の条件 p, q, r, s を考える。

$$p: |x - 2| > 2, \quad q: x < 0, \quad r: x > 4, \quad s: \sqrt{x^2} > 4$$

次の , に当てはまるものを、下の①～④のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

q または r であることは、 p であるための 。また、 s は r であるための 。

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔3〕 a を正の実数とし

$$f(x) = ax^2 - 2(a+3)x - 3a + 21$$

とする。2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の x 座標を p とおくと

$$p = \boxed{\text{サ}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{a}$$

である。

$0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(4)$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a \leq \boxed{\text{ス}}$$

である。

また、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が $f(p)$ となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{セ}} \leq a$$

である。

したがって、 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $y = f(x)$ の最小値が 1 であるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \quad \text{または} \quad a = \frac{\boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

- [1] 四角形 ABCD において, 3 辺の長さをそれぞれ $AB = 5$, $BC = 9$, $CD = 3$, 対角線 AC の長さを $AC = 6$ とする。このとき

$$\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \angle ABC = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 ある陸上競技大会に出場した選手の身長(単位は cm)と体重(単位は kg)のデータが得られた。男子短距離, 男子長距離, 女子短距離, 女子長距離の四つのグループに分けると, それぞれのグループの選手数は, 男子短距離が 328 人, 男子長距離が 271 人, 女子短距離が 319 人, 女子長距離が 263 人である。

(1) 次ページの図 1 および図 2 は, 男子短距離, 男子長距離, 女子短距離, 女子長距離の四つのグループにおける, 身長ヒストグラムおよび箱ひげ図である。

次の , に当てはまるものを, 下の①~⑥のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

図 1 および図 2 から読み取れる内容として正しいものは, ,

である。

- ① 四つのグループのうちで範囲が最も大きいのは, 女子短距離グループである。
- ② 四つのグループのすべてにおいて, 四分位範囲は 12 未満である。
- ③ 男子長距離グループのヒストグラムでは, 度数最大の階級に中央値が入っている。
- ④ 女子長距離グループのヒストグラムでは, 度数最大の階級に第 1 四分位数が入っている。
- ⑤ すべての選手の中で最も身長の高い選手は, 男子長距離グループの中にいる。
- ⑥ すべての選手の中で最も身長の低い選手は, 女子長距離グループの中にいる。
- ⑦ 男子短距離グループの中央値と男子長距離グループの第 3 四分位数は, ともに 180 以上 182 未満である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

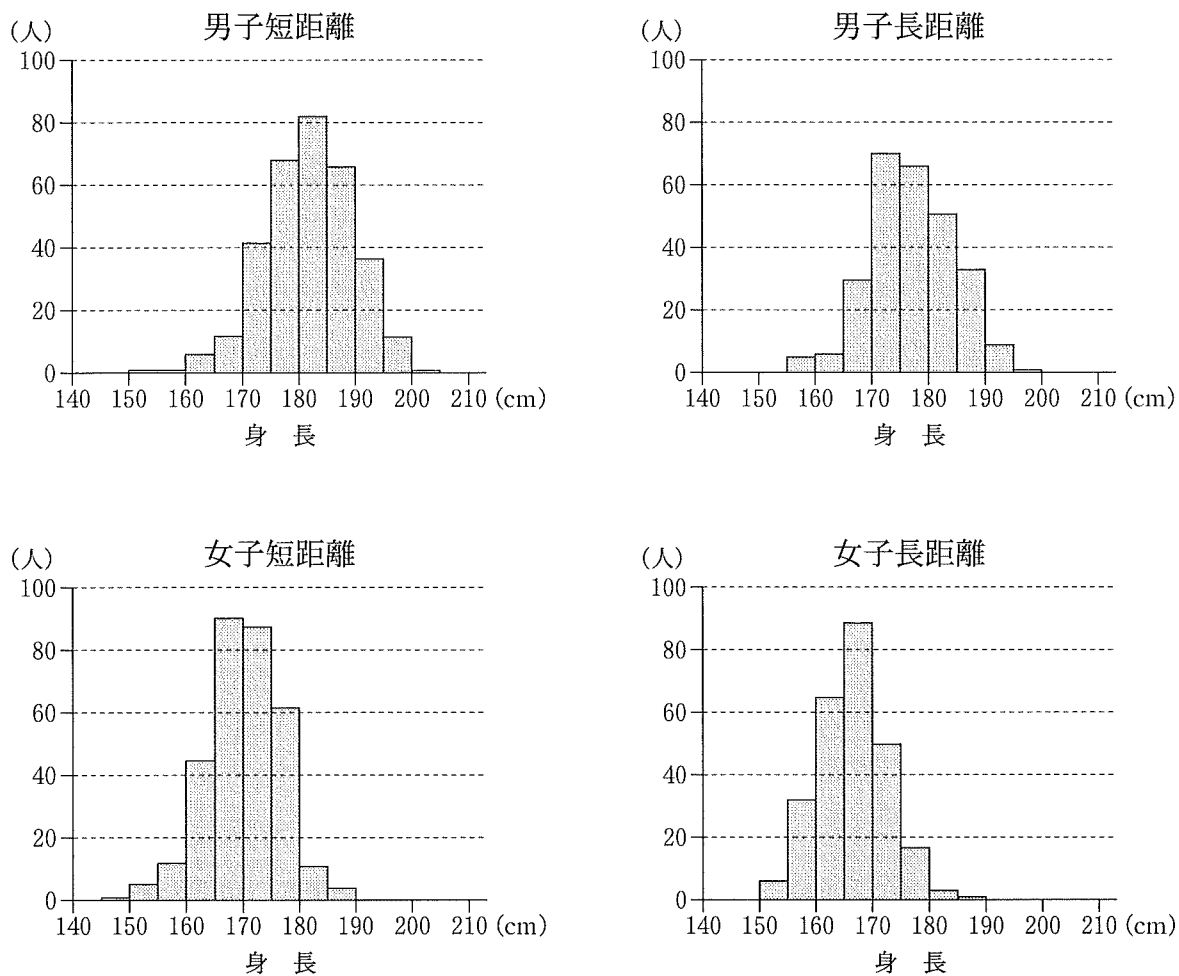


図 1 身長 histograms

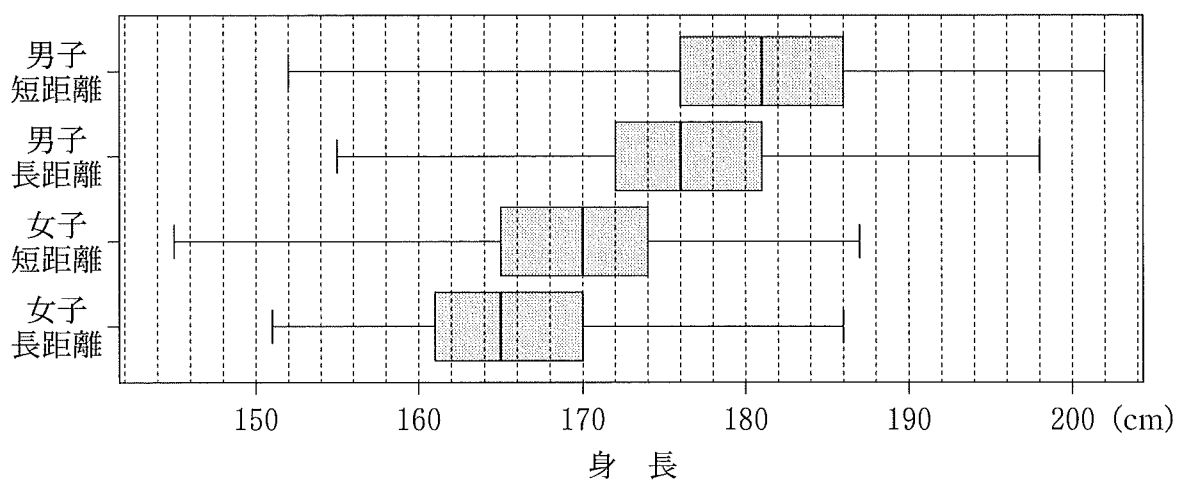


図 2 身長の箱ひげ図

(出典：図 1， 図 2 はガーディアン社の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 身長を H ，体重を W とし， X を $X = \left(\frac{H}{100}\right)^2$ で， Z を $Z = \frac{W}{X}$ で定義する。次ページの図 3 は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループにおける X と W のデータの散布図である。ただし，原点を通り，傾きが 15，20，25，30 である四つの直線 l_1, l_2, l_3, l_4 も補助的に描いている。また，次ページの図 4 の(a)，(b)，(c)，(d)で示す Z の四つの箱ひげ図は，男子短距離，男子長距離，女子短距離，女子長距離の四つのグループのいずれかの箱ひげ図に対応している。

次の ， に当てはまるものを，下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図 3 および図 4 から読み取れる内容として正しいものは，， である。

- ① 四つのグループのすべてにおいて， X と W には負の相関がある。
- ② 四つのグループのうちで Z の中央値が一番大きいのは，男子長距離グループである。
- ③ 四つのグループのうちで Z の範囲が最小なのは，男子長距離グループである。
- ④ 四つのグループのうちで Z の四分位範囲が最小なのは，男子短距離グループである。
- ⑤ 女子長距離グループのすべての Z の値は 25 より小さい。
- ⑥ 男子長距離グループの Z の箱ひげ図は(c)である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

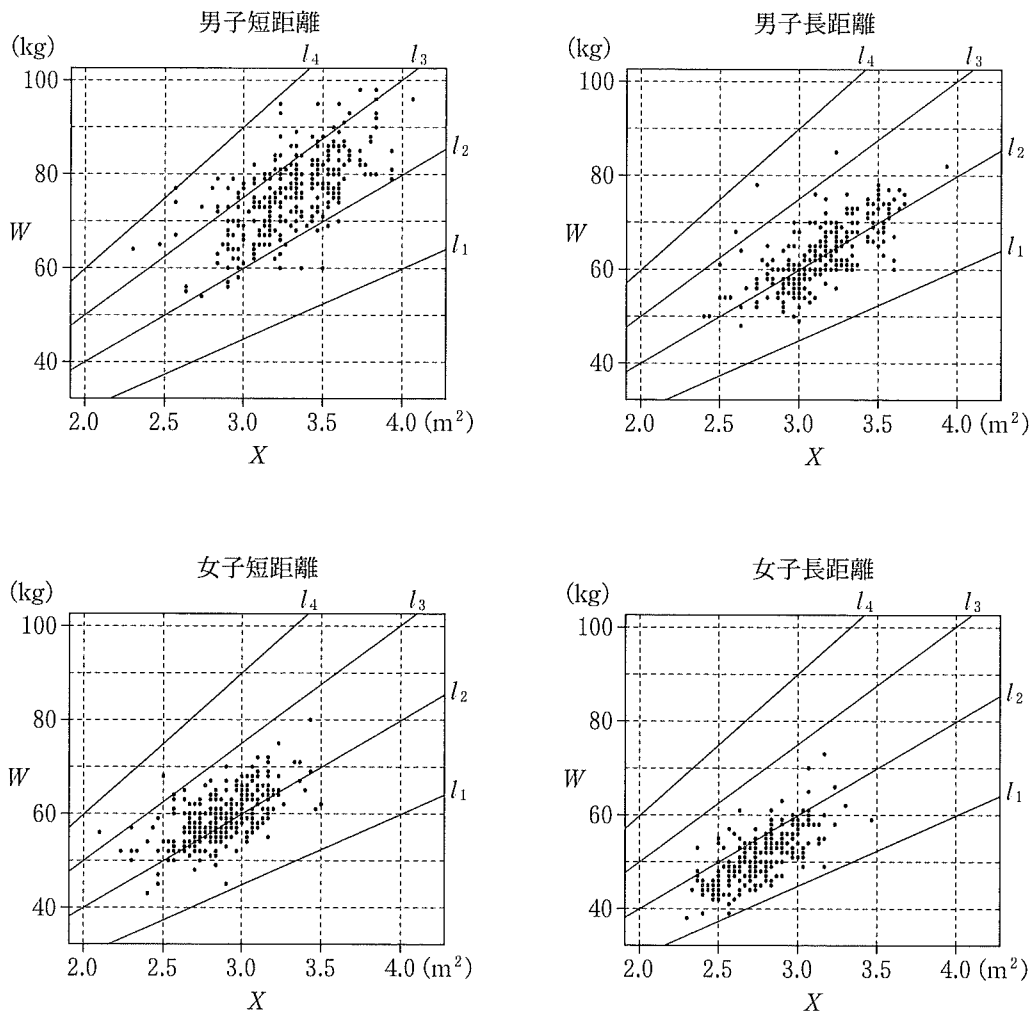


図 3 X と W の散布図

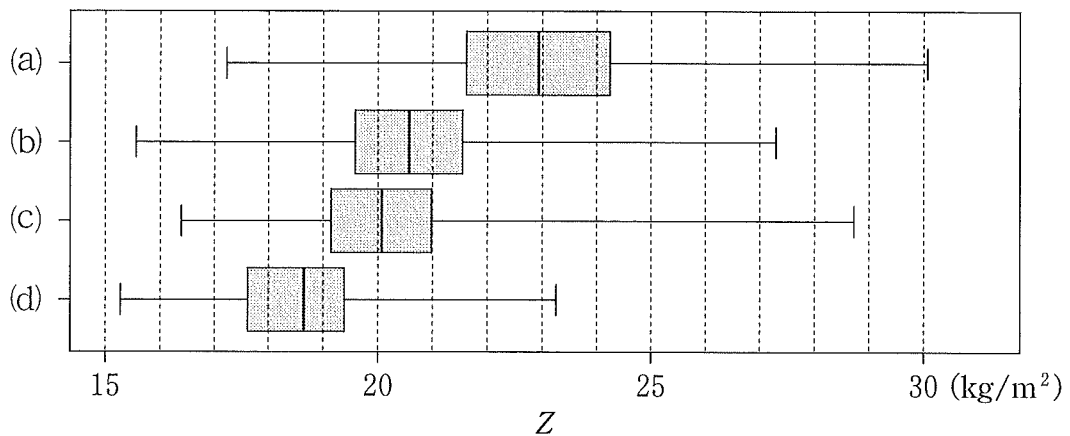


図 4 Z の箱ひげ図

(出典：図 3， 図 4 はガーディアン社の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) n を自然数とする。実数値のデータ x_1, x_2, \dots, x_n および w_1, w_2, \dots, w_n に対して、それぞれの平均値を

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad \bar{w} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{n}$$

とおく。等式 $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)\bar{w} = n\bar{x}\bar{w}$ などに注意すると、偏差の積の和は

$$\begin{aligned} & (x_1 - \bar{x})(w_1 - \bar{w}) + (x_2 - \bar{x})(w_2 - \bar{w}) + \dots + (x_n - \bar{x})(w_n - \bar{w}) \\ &= x_1w_1 + x_2w_2 + \dots + x_nw_n - \boxed{\text{ソ}} \end{aligned}$$

となることがわかる。 $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① $\bar{x}\bar{w}$ ② $(\bar{x}\bar{w})^2$ ③ $n\bar{x}\bar{w}$ ④ $n^2\bar{x}\bar{w}$

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

一般に、事象 A の確率を $P(A)$ で表す。また、事象 A の余事象を \bar{A} と表し、
二つの事象 A, B の積事象を $A \cap B$ と表す。

大小 2 個のさいころを同時に投げる試行において

A を「大きいさいころについて、4 の目が出る」という事象

B を「2 個のさいころの出た目の和が 7 である」という事象

C を「2 個のさいころの出た目の和が 9 である」という事象

とする。

- (1) 事象 A, B, C の確率は、それぞれ

$$P(A) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad P(B) = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad P(C) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

- (2) 事象 C が起こったときの事象 A が起こる条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり、

事象 A が起こったときの事象 C が起こる条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (3) 次の , に当てはまるものを, 下の①~③のうちからそれぞれ一つ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

$$P(A \cap B) \quad \boxed{\text{サ}} \quad P(A)P(B)$$

$$P(A \cap C) \quad \boxed{\text{シ}} \quad P(A)P(C)$$

$$\textcircled{1} < \qquad \textcircled{2} = \qquad \textcircled{3} >$$

- (4) 大小 2 個のさいころを同時に投げる試行を 2 回繰り返す。1 回目に事象

$A \cap B$ が起こり, 2 回目に事象 $\bar{A} \cap C$ が起こる確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$ である。三

つの事象 A, B, C がいずれもちょうど 1 回ずつ起こる確率は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 144 を素因数分解すると

$$144 = 2^{\boxed{\text{ア}}} \times \boxed{\text{イ}}^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり、144 の正の約数の個数は エオ 個である。

(2) 不定方程式

$$144x - 7y = 1$$

の整数解 x, y の中で、 x の絶対値が最小になるのは

$$x = \boxed{\text{カ}}, \quad y = \boxed{\text{キク}}$$

であり、すべての整数解は、 k を整数として

$$x = \boxed{\text{ケ}}k + \boxed{\text{カ}}, \quad y = \boxed{\text{コサシ}}k + \boxed{\text{キク}}$$

と表される。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 144 の倍数で, 7 で割ったら余りが 1 となる自然数のうち, 正の約数の個数が 18 個である最小のものは $144 \times \boxed{\text{ス}}$ であり, 正の約数の個数が 30 個である最小のものは $144 \times \boxed{\text{セソ}}$ である。

数学 I ・ 数学 A 第 3 問～第 5 問は、いずれか 2 問を選択し、解答しなさい。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において $AB = 2$, $AC = 1$, $\angle A = 90^\circ$ とする。

$\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、 $BD = \frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$

である。

点 A を通り点 D で辺 BC に接する円と辺 AB との交点で A と異なるものを E

とすると、 $AB \cdot BE = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから、 $BE = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

次の には下の①～③から、 には③・④から当てはまるものを一つずつ選べ。

$\frac{BE}{BD}$ $\frac{AB}{BC}$ であるから、直線 AC と直線 DE の交点は辺 AC の端点

の側の延長上にある。

① < ② = ③ > ④ A ⑤ C

その交点を F とすると、 $\frac{CF}{AF} = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ であるから、 $CF = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$ であ

る。したがって、BF の長さが求まり、 $\frac{CF}{AC} = \frac{BF}{AB}$ であることがわかる。

次の には下の①～③から当てはまるものを一つ選べ。

点 D は△ABF の 。

- ① 外心である ② 内心である ③ 重心である
 ④ 外心、内心、重心のいずれでもない